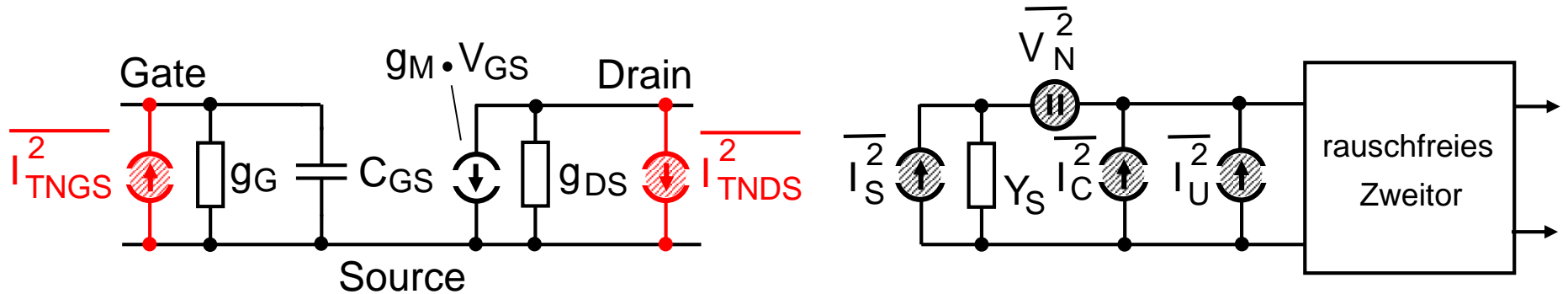


Rauschen



Roland Pfeiffer
10. Vorlesung

Design eines LNAs

Ihr Chef stellt Ihnen die Aufgabe, eine Low-Noise-Amplifier (LNA) als erste Stufe im Empfängerpfad zu designen.

Ihre Aufgabe:

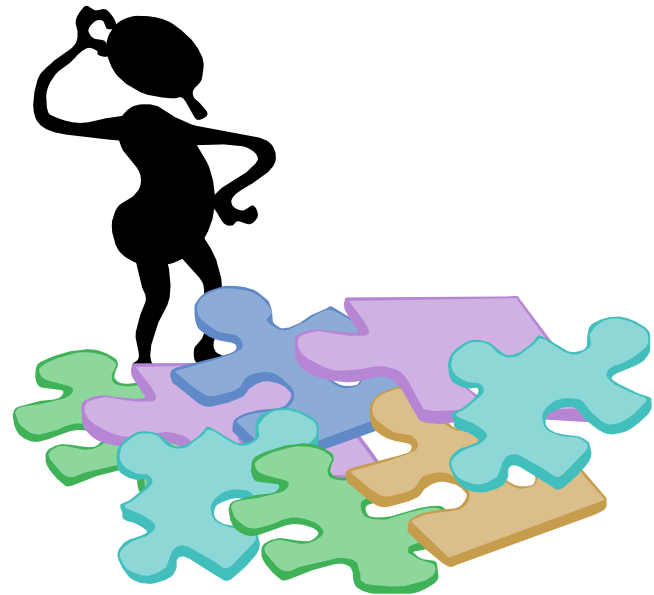
-Rauschen, Zweitor-Rauschtheorie

-Aufgaben des LNA

-Meßgrößen des LNA

-verschiedene LNA-Architekturen
aus Veröffentlichungen

⇒ Design eines LNAs



Gliederung



Rauschen allgemein

- Rauscharten
 - Thermisches Rauschen
 - Schrotrauschen
 - 1/f-Rauschen
- Zweitor-Rauschtheorie
 - Rauschfaktor F
 - Rauschanpassung
 - Weitere Rauschgrößen
 - Rauschmessung
- Literaturhinweise

Rauscharten

1. Thermisches Rauschen (weißes Rauschen, Johnson Rauschen, Nyquist Rauschen)

- Ursache: Brownsche Molekularbewegung
- Beschreibung: „verfügbare Rauschleistung (available noise power)“

$$P_{TNA} = k \cdot T \cdot \Delta f$$

k Boltzmannkonstante

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$$

T absolute Temperatur in Kelvin ($T/^{\circ}C = T/K - 273,15$)

- weißes Rauschen \Rightarrow
für alle technisch interessanten Δf konstant



Thermisches Rauschen

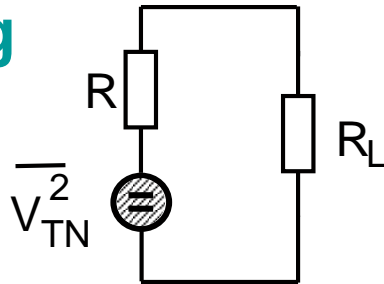
1.1. Thermisches Rauschen bei **Wirk**-Widerständen/Leitwerten

(also nur ohmsche Anteile, keine kapazitiven oder induktiven Anteile!)

- Beschreibung: „available noise power“

$$P_{TNA} = k \cdot T \cdot \Delta f$$

Spannung



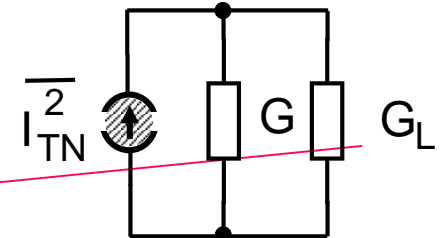
$$P_{TNA} = U_{R_L} \cdot I_{R_L}$$

$$= \overline{V_{TN}} \cdot \frac{R_L}{R + R_L} \cdot \frac{\overline{V_{TN}}}{R + R_L}$$

für $R = R_L$ (Leistungsanpassung):

$$\overline{V_{TN}}^2 = 4 \cdot k \cdot T \cdot R \cdot \Delta f$$

Strom



**R_L und G_L
rauschfrei !**

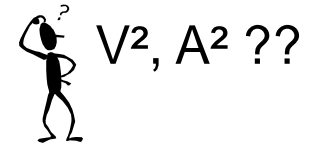
$$P_{TNA} = U_{G_L} \cdot I_{G_L}$$

$$= \frac{\overline{I_{TN}}}{G + G_L} \cdot \overline{I_{TN}} \cdot \frac{G_L}{G + G_L}$$

für $G = G_L$ (Leistungsanpassung):

$$\overline{I_{TN}}^2 = 4 \cdot k \cdot T \cdot G \cdot \Delta f$$

Thermisches Rauschen



Mittelwerte („mean square“) für Rauschspannung in V^2 und Rauschstrom in A^2 !!

$$\overline{V_{TN}^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot R \cdot \Delta f$$

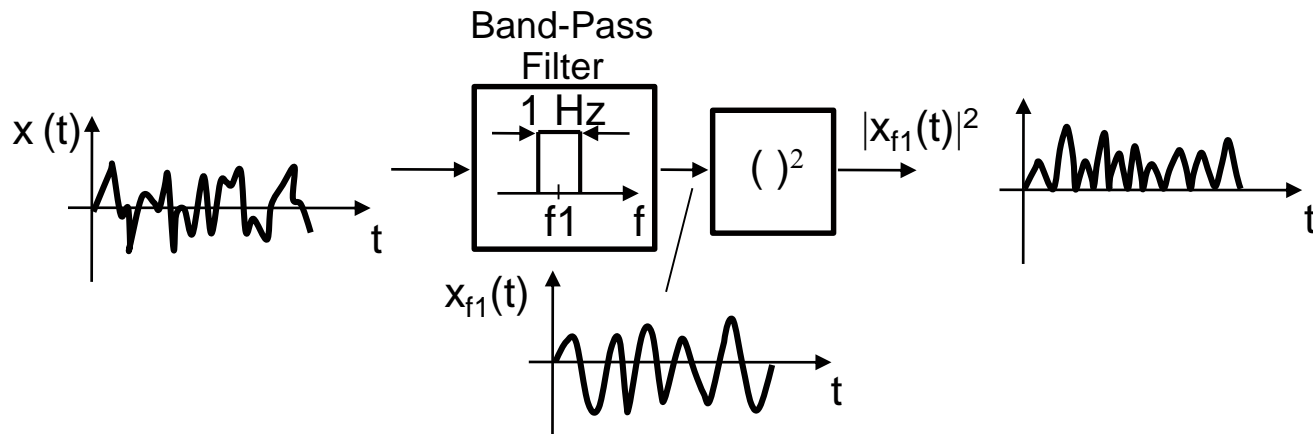
$$\overline{I_{TN}^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot G \cdot \Delta f$$

alternativ: „root mean square (rms)“ in V und A

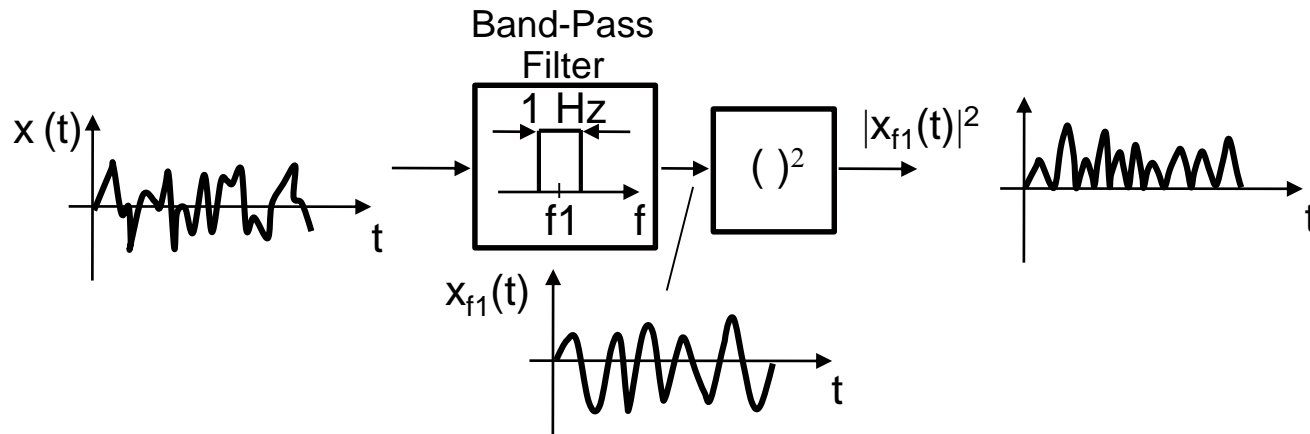
$$\sqrt{\overline{V_{TN}^2}} = \sqrt{4 \cdot k \cdot T \cdot R \cdot \Delta f}$$

$$\sqrt{\overline{I_{TN}^2}} = \sqrt{4 \cdot k \cdot T \cdot G \cdot \Delta f}$$

Vermeidung von Δf :



Thermisches Rauschen



Mittelwerte geteilt durch Δf bzw. rms geteilt durch Wurzel aus Δf :
 „Spektrale Leistungsdichte“ („spectral density“) W von Spannung/Strom

$$W_{VTN}^2 = 4 \cdot k \cdot T \cdot R / \text{Hz}$$

$$W_{ITN}^2 = 4 \cdot k \cdot T \cdot G / \text{Hz}$$

$$W_{VTN} = \sqrt{4 \cdot k \cdot T \cdot R} / \sqrt{\text{Hz}}$$

$$W_{ITN} = \sqrt{4 \cdot k \cdot T \cdot G} / \sqrt{\text{Hz}}$$

Beispiel:

$$1 \text{ k}\Omega \Rightarrow W_{VTN} \approx 4 \text{ nV} / \sqrt{\text{Hz}} \quad \text{und} \quad 50 \Omega \Rightarrow W_{VTN} \approx 1 \text{ nV} / \sqrt{\text{Hz}}$$

Thermisches Rauschen

1.2. Thermisches Rauschen bei MOS-Transistoren (Kleinsignalmodell)

- Ursache: Brownsche Molekularbewegung der Kanalladungsträger
- Beschreibung Drainstrom (Rauschstromquelle Drain/Source):

$$\overline{I_{TNS}^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot \gamma \cdot g_{DS,OV} \cdot \Delta f$$

mit $g_{DS,OV}$ Drainleitwert bei $U_{DS} = 0$ Volt
und γ Paßfaktor (durch Vergleich mit Meßwerten)

Langkanal: $\gamma = 1$ für $U_{DS} = 0$ V (vgl. $\overline{I_{TN}^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot G \cdot \Delta f$)

$\gamma = \frac{2}{3}$ für Sättigung

Kurzkanal: $\gamma \approx 2 - 3$!!! Kurzkanal \Leftrightarrow hohes E-Feld
 \Rightarrow Aufheizen der Kanalladungsträger
(„hot electrons“)!!!

„alte“ Theorie !!

Thermisches Rauschen

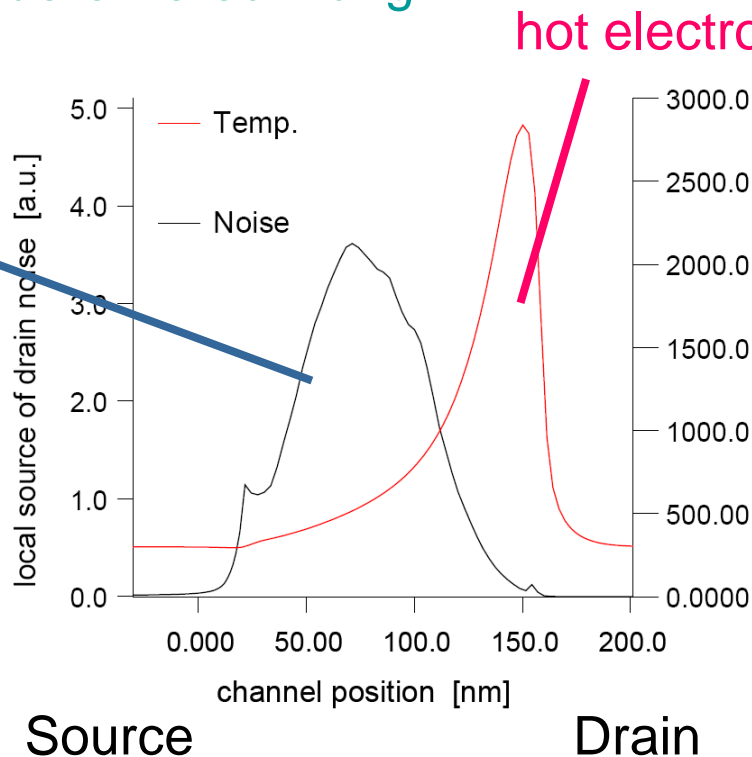
1.2. Thermisches Rauschen bei MOS-Transistoren (Kleinsignalmodell)

- Ursache: Brownsche Molekularbewegung der Kanalladungsträger
- Beschreibung Drainstrom (Rauschstromquelle Drain/Source):

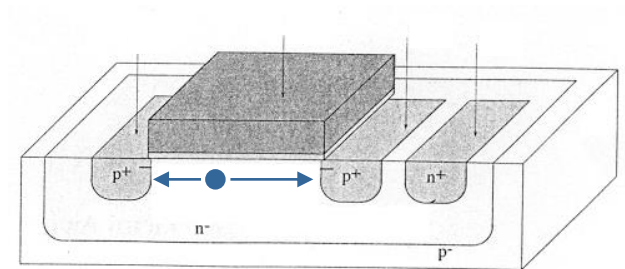
$$\overline{I_{TNDs}^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot \gamma \cdot g_{DS,OV} \cdot \Delta f$$

neuere Berechnung:

Rausch-
beitrag



electron temperature [K]



Rauschen(Source/Drain)=
Rauschquelle · Übertragungsfunktion



Thermisches Rauschen

1.2. Thermisches Rauschen bei MOS-Transistoren (Kleinsignalmodell)

Bemerkung Langkanalmodell:

- Drainleitwert im Widerstandsbereich:

$$g_{DS} = \frac{\partial I_{DS}}{\partial U_{DS}} = \frac{\partial (k \cdot W / L \cdot [(U_{GS} - U_T) \cdot U_{DS} - U_{DS}^2 / 2])}{\partial U_{DS}}$$
$$= k \cdot W / L \cdot [(U_{GS} - U_T) - U_{DS}]$$

für $U_{DS} \Rightarrow 0$ Volt:

$$g_{DS,OV} = k \cdot W / L \cdot [(U_{GS} - U_T)]$$

- Steilheit im Sättigungsfall:

$$g_M = k \cdot W / L \cdot [(U_{GS} - U_T)]$$

**identische
Ausdrücke
 \Rightarrow austauschbar !**



Thermisches Rauschen

1.2. Thermisches Rauschen bei MOS-Transistoren (Kleinsignalmodell)

- Ursache: Brownsche Molekularbewegung der Kanalladungsträger
- Beschreibung Drainstrom (Rauschstromquelle Drain/Source):



$$\overline{I_{TNDS}^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot \gamma \cdot g_{DS,OV} \cdot \Delta f$$

oder

$$\overline{I_{TNDS}^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot \gamma \cdot g_M \cdot \Delta f$$

(Langkanalmodell)

Thermisches Rauschen

1.2. Thermisches Rauschen bei MOS-Transistoren (Kleinsignalmodell)

- Ursache: Brownsche Molekularbewegung der Kanalladungsträger, kapazitive Kopplung auf Gate-Anschluß \Rightarrow Gate-Rauschen !!
- Beschreibung Gatestrom (Rauschstromquelle Gate/Source):

$$\overline{I_{TNGS}^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot \delta \cdot g_G \cdot \Delta f$$

mit $g_G = \frac{\omega^2 \cdot C_{GS}^2}{5 \cdot g_{DS,0V}}$ zur Frequenzabhängigkeit
siehe folgende Folien

und δ Paßfaktor (durch Vergleich mit Meßwerten)

in Sättigung:

Langkanal: $\delta \approx 4/3 (=2 \cdot \gamma)$

Kurzkanal: $\delta \approx 4-6 ???$

gleiche Ursache \Rightarrow

δ wird sich genauso verhalten wie γ !!

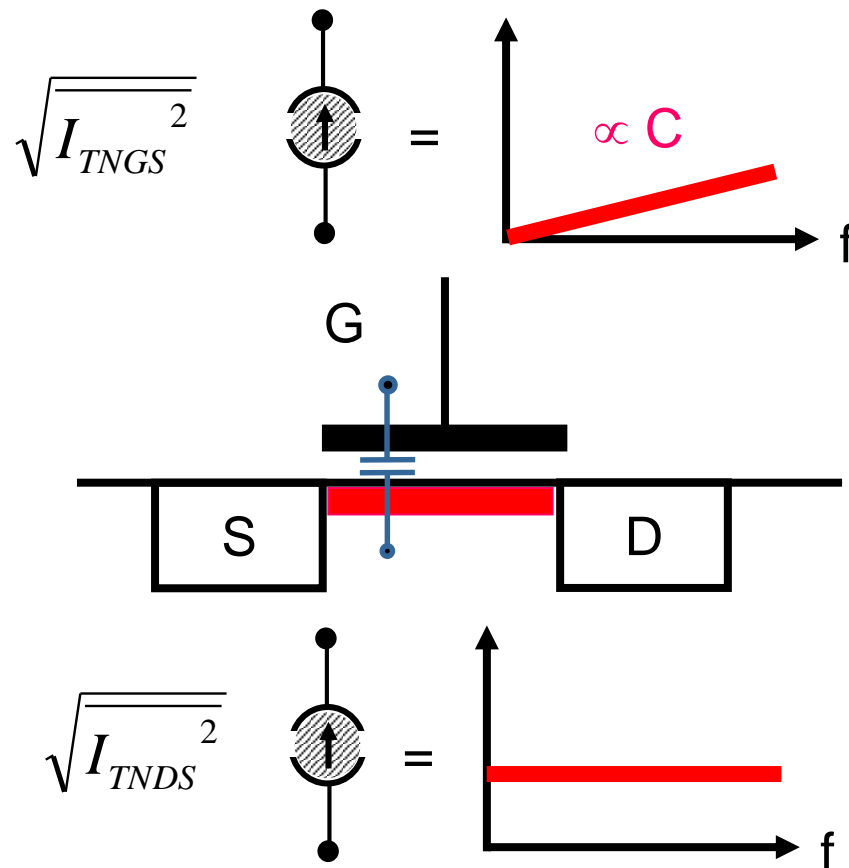


Thermisches Rauschen

1.2. Thermisches Rauschen bei MOS-Transistoren (Kleinsignalmodell)

- Frequenzabhängigkeit des Gate-Rauschens:

$$\overline{I_{TNGS}^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot \delta \cdot g_G \cdot \Delta f \quad \text{mit} \quad g_G = \frac{\omega^2 \cdot C_{GS}^2}{5 \cdot g_{DS,0V}}$$



Thermisches Rauschen

1.2. Thermisches Rauschen bei MOS-Transistoren (Kleinsignalmodell)

- Frequenzabhängigkeit des Gate-Rauschens (Langkanalmodell):

$$g_G = \frac{\omega^2 \cdot C_{GS}^2}{5 \cdot g_{DS,0V}} = \frac{\omega^2 \cdot C_{GS}^2}{5 \cdot g_M}$$

mit $\omega_T = \frac{C_{GS}}{g_M}$ (Stromverstärkung $I_{DS}/I_{GS}=1$)

eingesetzt:

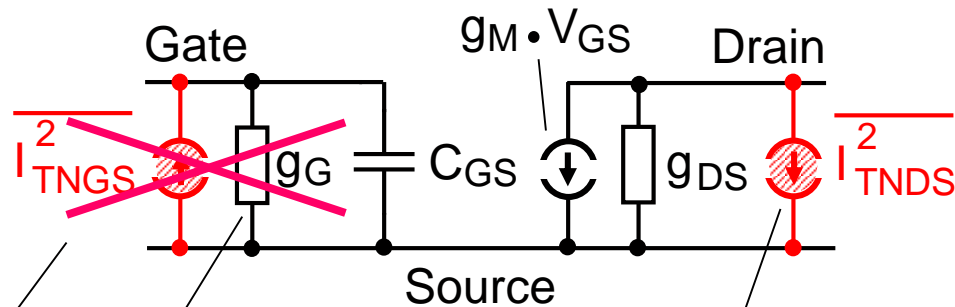
$$g_G = \frac{g_M}{5} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_T} \right)^2$$

für $\omega \ll \omega_T$ vernachlässigbar!



Thermisches Rauschen

- 1.3. Thermisches Rauschen bei MOS-Transistoren (Kleinsignalmodell)
 - Kleinsignal-Modell mit Rauschstromquellen:



g_G für $\omega \ll \omega_T$
vernachlässigbar!

~~$$\overline{I_{TNGS}^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot \delta \cdot g_G \cdot \Delta f$$~~

$$\overline{I_{TNDS}^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot \gamma \cdot g_{DS,OV} \cdot \Delta f$$

für $\omega \ll \omega_T$

Gliederung

- Rauschen allgemein
 - Rauscharten
 - Thermisches Rauschen
 - Schrotrauschen
 - 1/f-Rauschen
- Zweitor-Rauschtheorie
 - Rauschfaktor F
 - Rauschanpassung
 - Weitere Rauschgrößen
 - Rauschmessung
- Literaturhinweise

Schrotrauschen

2. Schrotrauschen („shot noise“, Schottky-Rauschen)

- Ursache: Elektronen bilden elektrische Ladung, Stromfluß durch Ladungverschiebung \Rightarrow zeitliche (energiemäßige) Zufallsverteilung der Elektronen bei „Störungen“ des Stromflusses
- Bedingungen: Gleichstromfluß und Potentialbarriere (z.B. bei pn-Übergängen)!!

- Beschreibung:

$$\overline{I_{SN}^2} = 2 \cdot q \cdot I_{DC} \cdot \Delta f$$

mit q Elektronenladung ($q \approx 1,6 \cdot 10^{-19}$ C)

- kein Temperaturgang (DC-Strom bei jeder Temperatur gleichviel Elektronen!)
- weißes Rauschen \Rightarrow für alle technisch interessanten Δf konstant

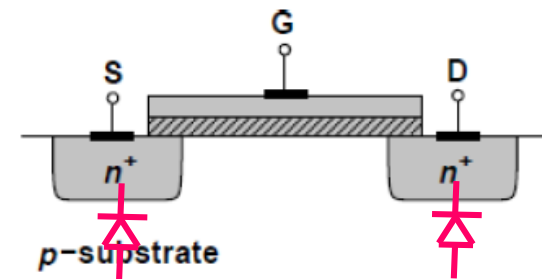


Schrotrauschen

2. Schrotrauschen (Schottky-Rauschen, „shot noise“)

- Beispiel: $I_{DC} = 1 \text{ mA} \Rightarrow \overline{I_{SN}} \approx 18 \text{ pA} \cdot \sqrt{\Delta f}$
- Diode: Schrotrauschen des Vorwärtsstroms
- Bipolartransistor: Schrotrauschen des Basis- und des Kollektorstroms

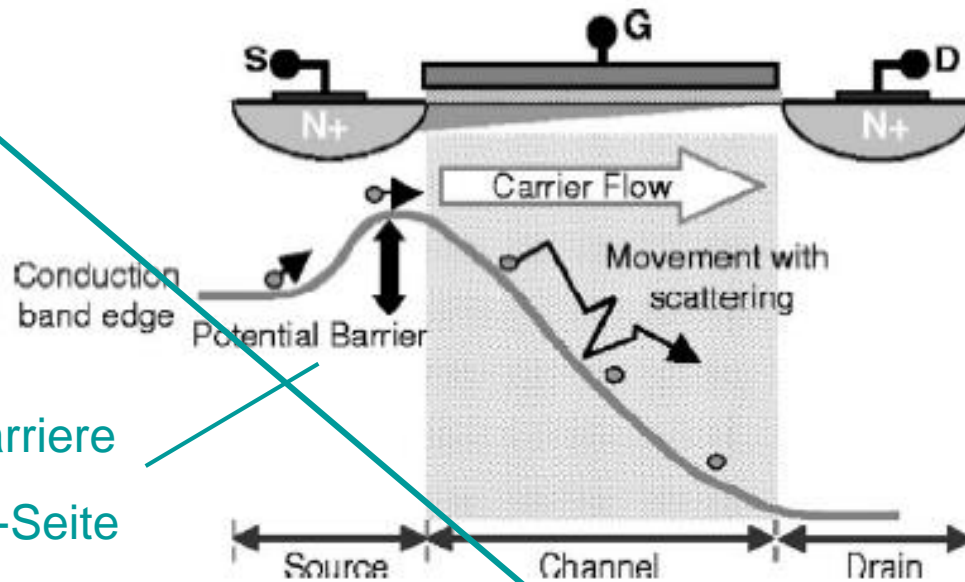
- MOS-Transistor: im Sättigungsbereich vernachlässigbar!
(Schrotrauschen des sehr geringen DC-Leckstroms \Rightarrow sehr geringes Schrotrauschen)



Schrotrauschen

Zukunft-Trend: von Kurzkanal-Transistoren zum "ballistischen MOS"

zwei stromhemmende Faktoren:



Potentialbarriere
an Source-Seite

Kanalwiderstand




$$\overline{I_{TNS}^2} = 2 \cdot k_s \cdot q \cdot I_{DS} \cdot \Delta f$$

mit $k_s < 1$ Suppresionsfaktor

$$\overline{I_{TNS}^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot \gamma \cdot g_M \cdot \Delta f$$

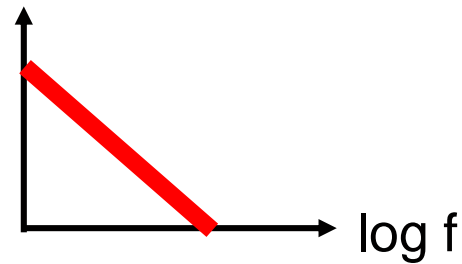
bei heutigen Kurzkanal-Transistoren ist ein Einfluß des Schrotrauschen gegeben

Gliederung

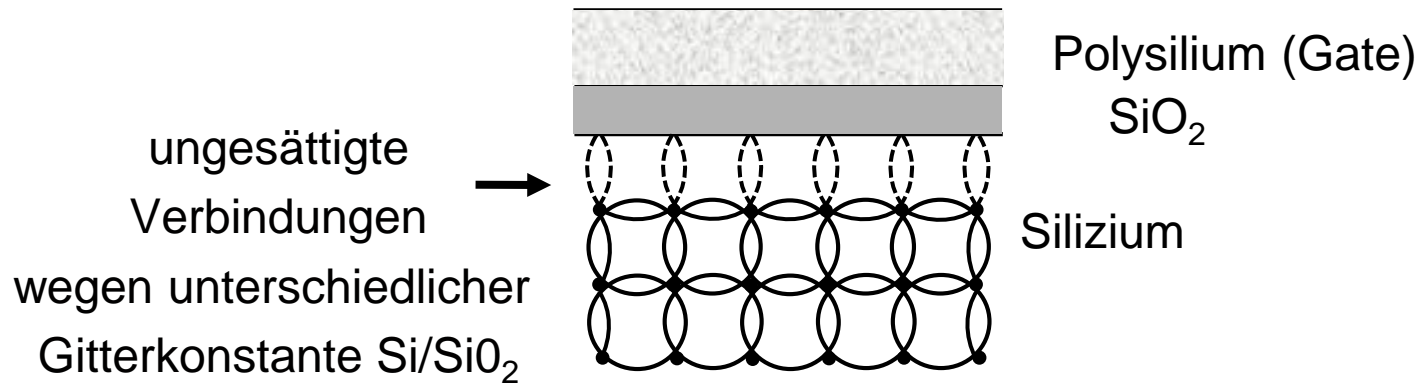
- Rauschen allgemein
 - Rauscharten
 - Thermisches Rauschen
 - Schrotrauschen
 -  1/f-Rauschen
- Zweitor-Rauschtheorie
 - Rauschfaktor F
 - Rauschanpassung
 - Weitere Rauschgrößen
 - Rauschmessung
- Literaturhinweise

1/f-Rauschen

3. 1/f-Rauschen (Flicker-Rauschen, Funkel-Rauschen, rosa Rauschen „pink noise“)



bei MOS-Transistoren Grenzschichteffekte Si/SiO₂



1/f-Rauschen

3. 1/f-Rauschen (Flicker-Rauschen, Funkel-Rauschen, rosa Rauschen „pink noise“)

- Ursache: unbekannt (2 Theorien) \Rightarrow nur empirische Beschreibung
- Beschreibung:

$$\overline{I_{FN}^2} = \frac{K_I}{f^n} \cdot \Delta f \approx \frac{K_I}{f} \cdot \Delta f$$

$$\overline{V_{FN}^2} = \frac{K_V}{f^n} \cdot \Delta f \approx \frac{K_V}{f} \cdot \Delta f$$

mit K_I und K_V bauteil- und biasabhängige Parameter und $n \approx 1$

- MOS-Transistor:

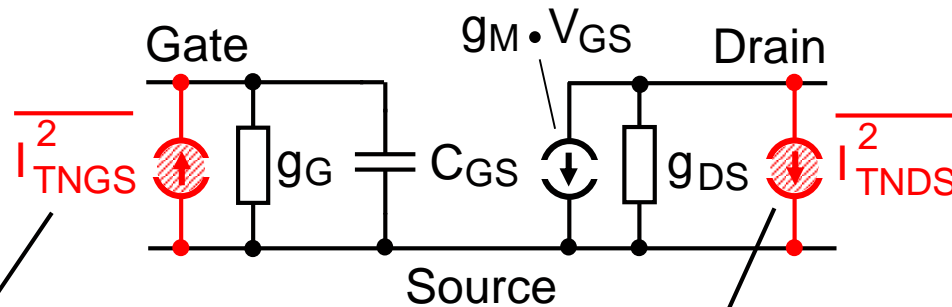
$$\overline{I_{FNDS}^2} = \frac{K_I}{f} \cdot \frac{g_M^2}{W \cdot L \cdot C_{OX}^2} \Delta f$$

$$\text{mit } K_I \approx 10^{-27} \dots 10^{-28} \frac{C^2}{m^2}$$

K_I : NMOS schlechter als PMOS

Thermisches und 1/f-Rauschen

- 1.3. Thermisches und 1/f-Rauschen bei MOS-Transistoren
 - Kleinsignal-Modell mit Rauschstromquellen:



$$\overline{I_{TNGS}^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot \delta \cdot g_G \cdot \Delta f$$

$$\overline{I_{NDS}^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot \gamma \cdot g_{DS,OV} \cdot \Delta f$$

1/f-Rauschen

$$+ \frac{K_I}{f} \cdot \frac{g_M^2}{W \cdot L \cdot C_{OX}^2} \Delta f$$

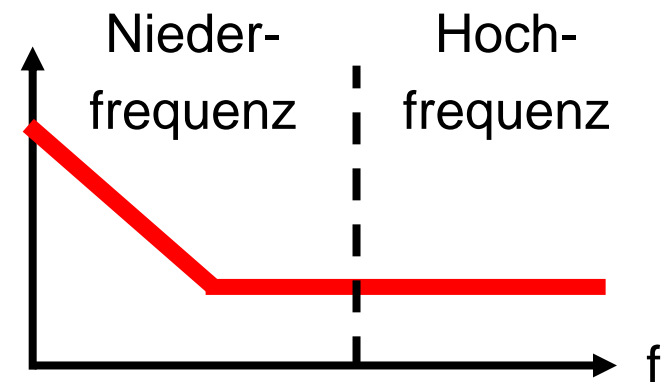
Rauscharten

Zusammenfassung:

1. Thermisches Rauschen
2. Schrotrauschen
3. 1/f-Rauschen

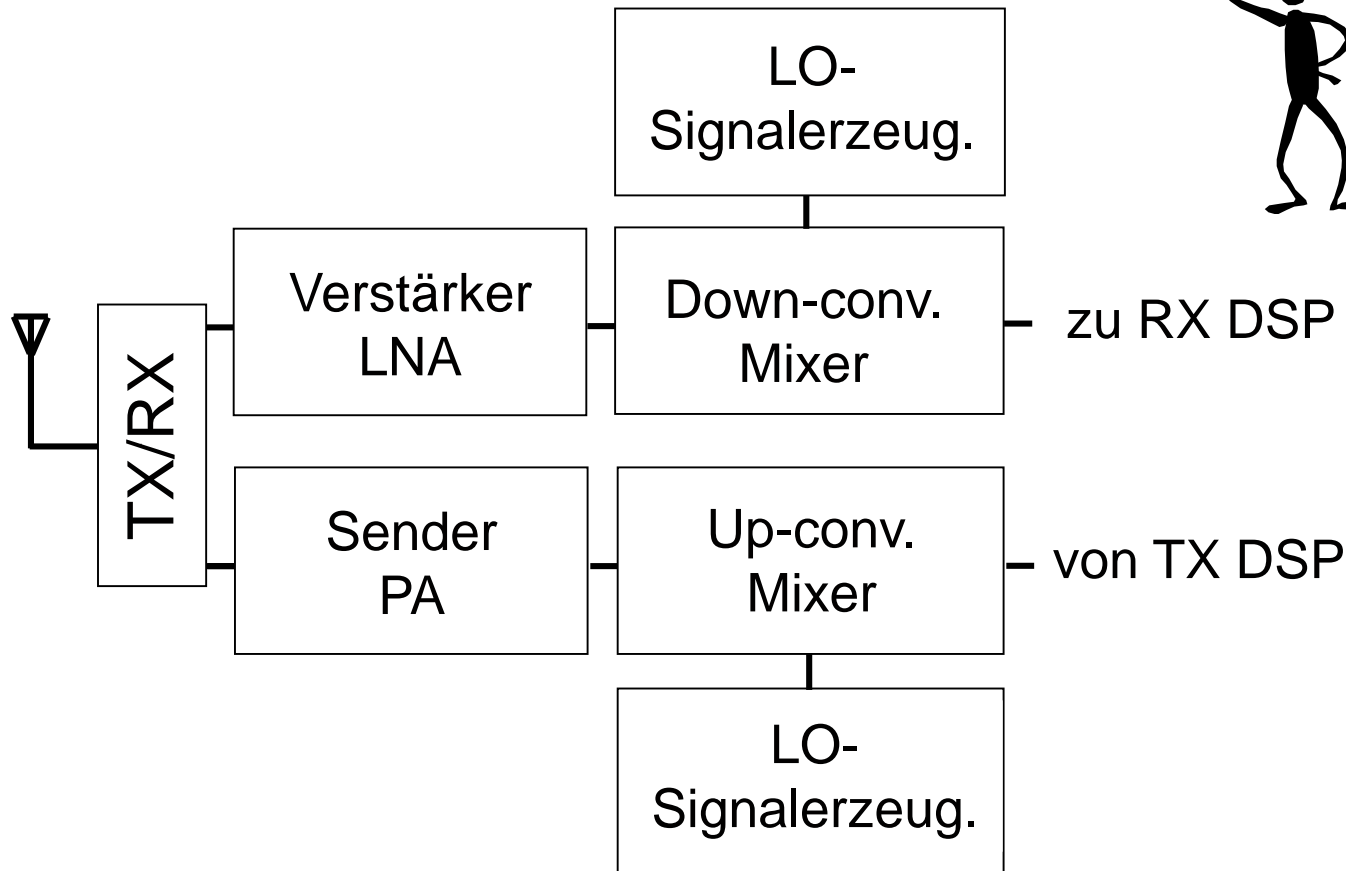
Hochfrequenz-MOS-Schaltungen:
nur

1. Thermisches Rauschen
- (3. 1/f-Rauschen nicht betrachtet,
da Hochfrequenz-Schaltungen
außer bei Frequenzumsetzung
und Frequenzerzeugung !)



Aufgabe

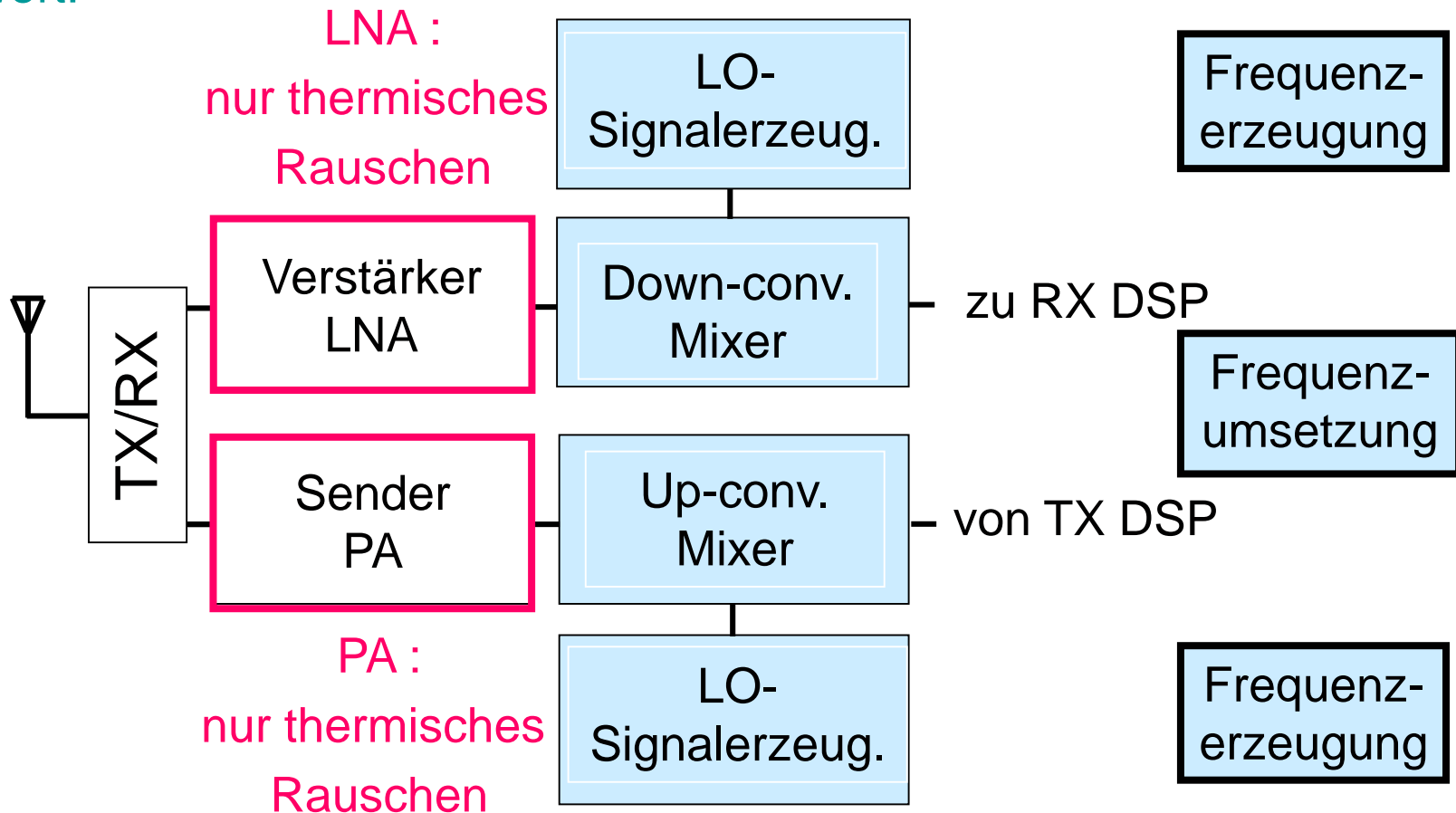
Überprüfen Sie, bei welchen Stufen im unteren Blockschaltung eine Frequenzumsetzung /-erzeugung stattfindet und Sie damit das 1/f-Rauschen berücksichtigen müssen !



Aufgabe

Überprüfen Sie, bei welchen Stufen im unteren Blockschaltung eine Frequenzumsetzung /-erzeugung stattfindet und Sie damit das $1/f$ -Rauschen berücksichtigen müssen !

Antwort:



Gliederung

- Rauschen allgemein
 - Rauscharten
 - Thermisches Rauschen
 - Schrotrauschen
 - 1/f-Rauschen



Zweiter-Rauschtheorie

- Rauschfaktor F
- Rauschanpassung
- Weitere Rauschgrößen
- Rauschmessung
- Literaturhinweise

Zweitor-Rauschtheorie

Meßgröße: Rauschfaktor („Noise factor“) F :

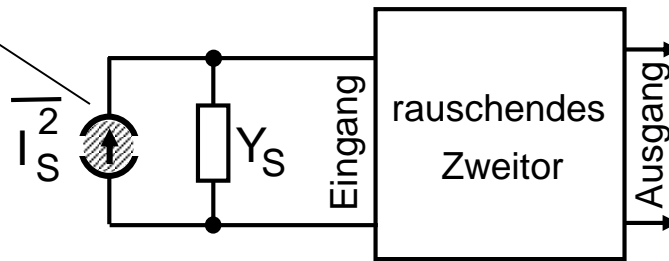
$$F = \frac{\text{gesamte Ausgangsrauschleistung}}{\text{Ausgangsrauschleistung verursacht durch Eingangsrauschleistung}}$$

damit:

Maß für den Einfluß des Zweitores (=Vierpoles) auf das Rauschen

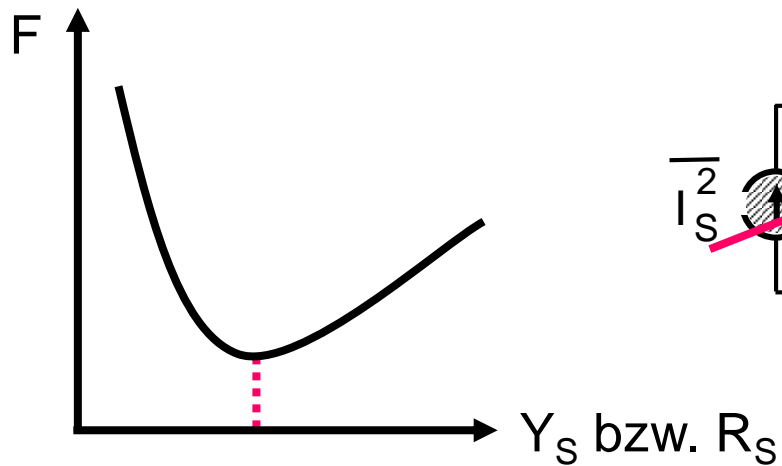
$$= \frac{\left(\frac{S}{N} \right)_{\text{IN}}}{\left(\frac{S}{N} \right)_{\text{OUT}}}$$

Rauschstrom
von Y_S

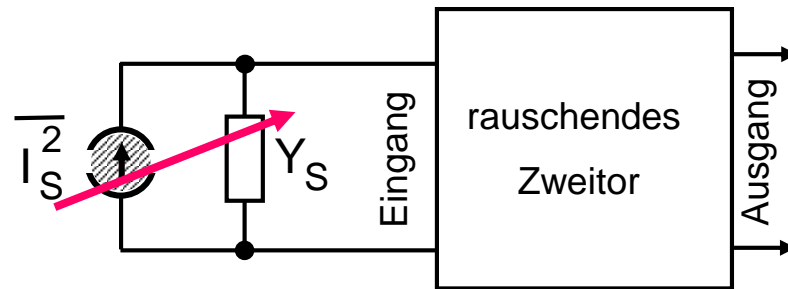


Zweitor-Rauschanpassung

Rauschanpassung bedeutet **Verändern** des Quellwiderstands R_S bzw. des Quell-Leitwertes Y_S zur Minimierung von $F \Rightarrow R_{OPT}$ bzw. Y_{OPT}



Y_{OPT} bzw. R_{OPT}
für F_{Min}

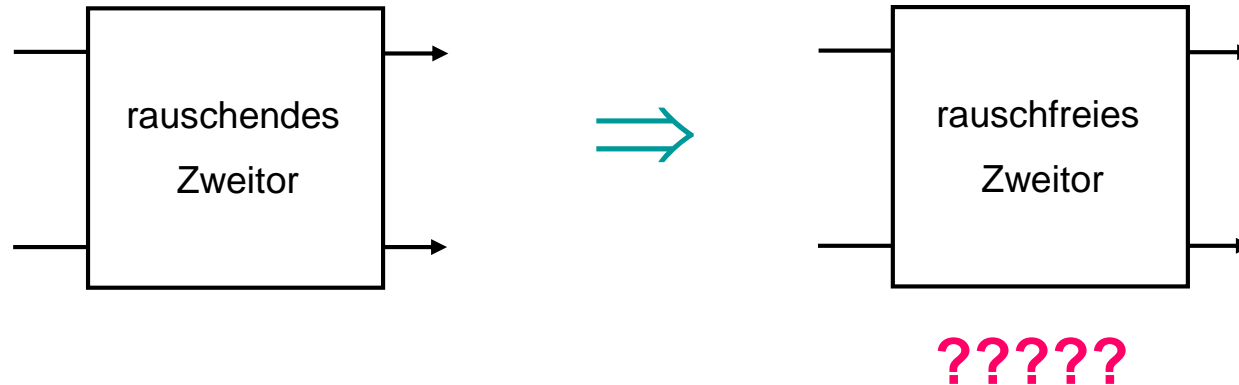


Berechnungsmöglichkeit ??



Rauschfreies Zweitor

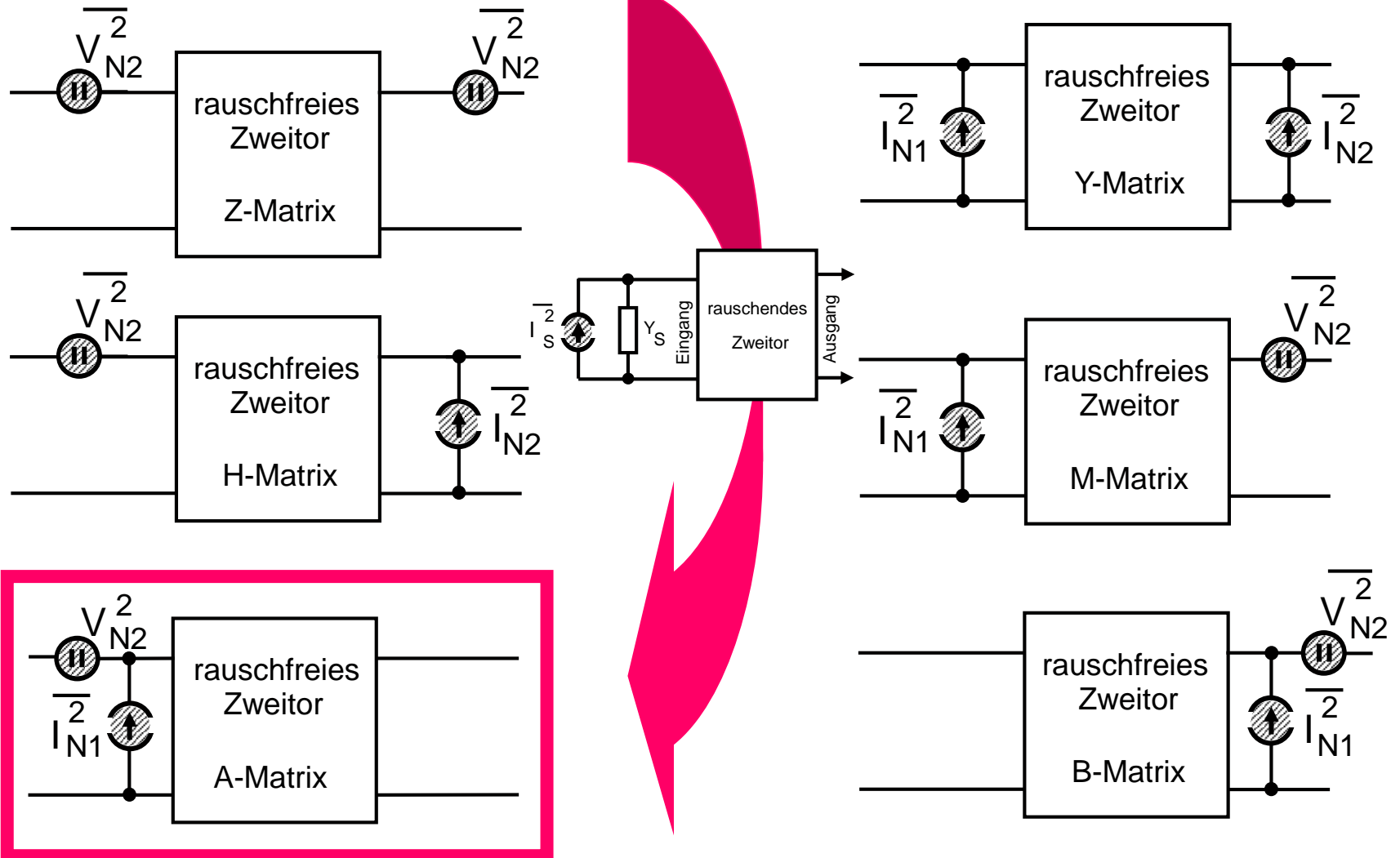
Übergang zu rauschfreien Zweitor:



- Zweitor- oder Vierpol-Theorie:
Signal: aus zwei unabhängige Variablen wird durch die Zweitor-Matrix zwei abhängige Variablen errechnet (Beispiel Z-Matrix: zwei unabhängige Spannungen \Rightarrow zwei abhängige Ströme)
 - Rauschen und Signal gleiche Bedingungen im Zweitor
- \Rightarrow **zwei unabhängige (evt. frequenzabhängige) Rauschquellen**
(bei beliebigen Quell- und Lastwiderstand) nötig !!

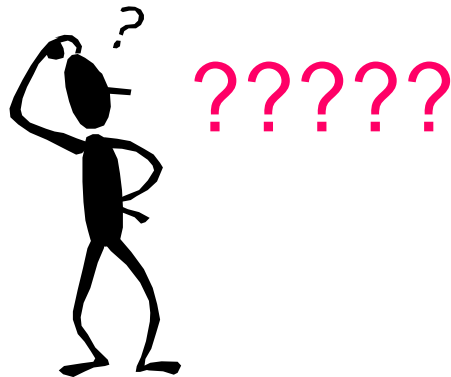
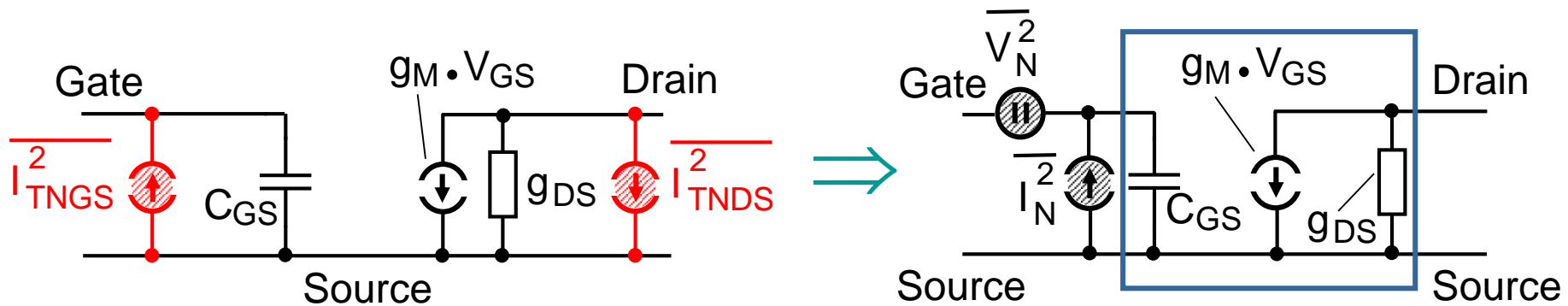
Rauschfreies Zweitor

- Übergang zu rauschfreien Zweitor mit geeigneter Matrix mit äquivalenten **Eingangsrauschgrößen** („equivalent input noise sources“):



Beispiel: MOS-Transistor

- Beispiel: Bestimmung der equivalenten Eingangsräuschgrößen für den MOS-Transistor



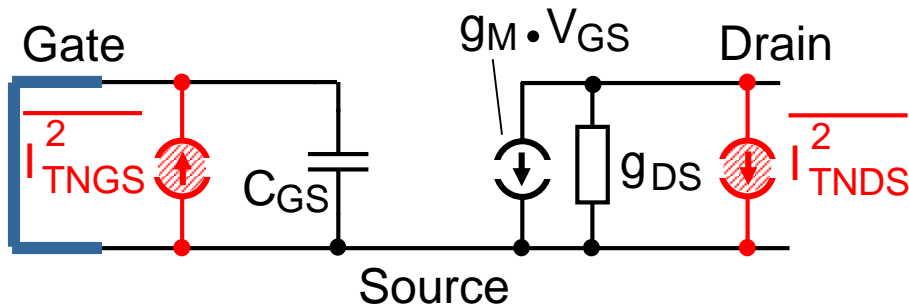
Beispiel: MOS-Transistor

Bestimmung von $\overline{V_N^2}$:

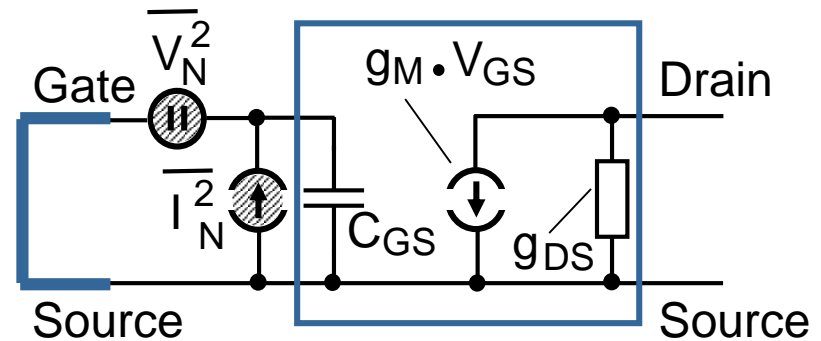
Bedingungen für beide Schaltungen:

kein Einfluß von $\overline{I_N^2} \Rightarrow$ Kurzschluß am Eingang

Bestimmung des Strom durch Drainleitwert \Rightarrow Gleichsetzen!



$$I_{N_{DS}}^2 = \overline{I_{TNDS}^2}$$



$$I_{N_{DS}}^2 = g_M^2 \cdot \overline{V_N^2}$$

$$\overline{V_N^2} = \frac{\overline{I_{TNDS}^2}}{g_M^2}$$

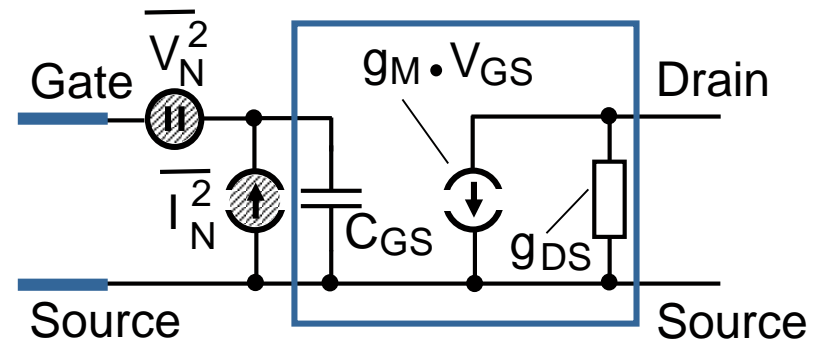
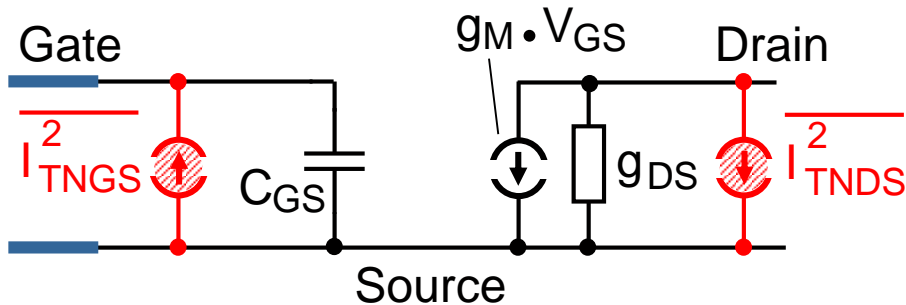
Beispiel: MOS-Transistor

Bestimmung von $\overline{I_N^2}$:

Bedingungen für beide Schaltungen:

kein Einfluß von $\overline{V_N^2} \Rightarrow$ Leerlauf am Eingang

Bestimmung des Strom durch Drainleitwert \Rightarrow Gleichsetzen!



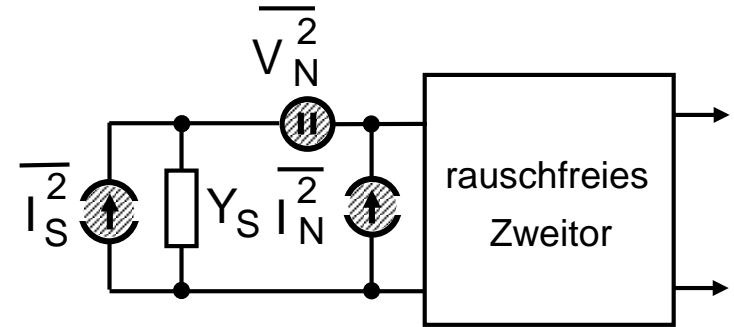
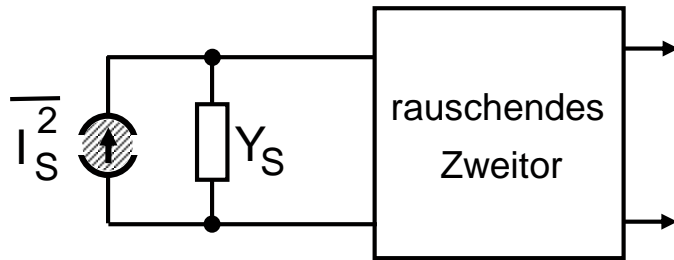
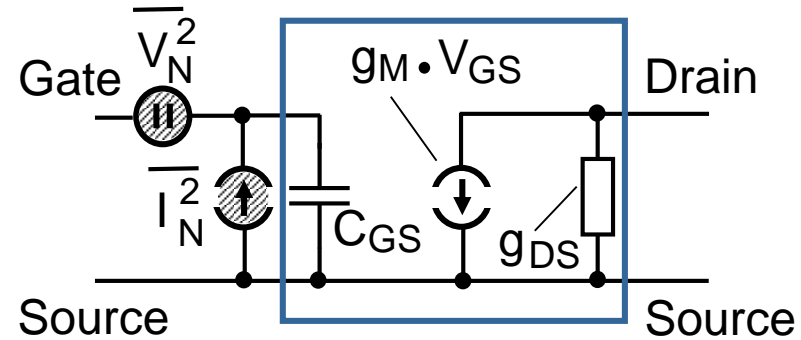
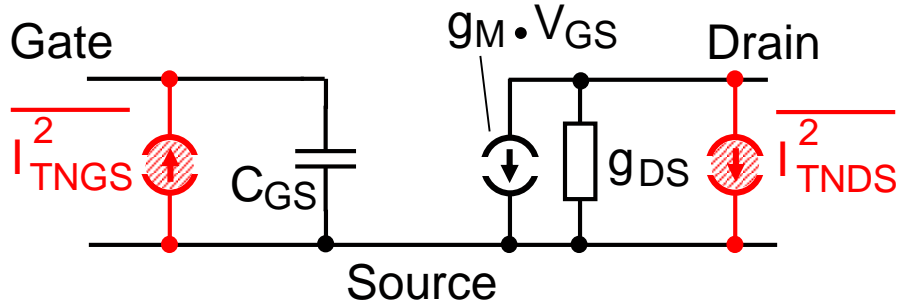
$$\overline{I_{N_{DS}}^2} = \frac{\overline{I_{TNGS}^2}}{(j \cdot \omega \cdot C_{GS})^2} \cdot g_M^2 + \overline{I_{TNDS}^2}$$

$$\overline{I_{N_{DS}}^2} = \frac{\overline{I_N^2}}{(j \cdot \omega \cdot C_{GS})^2} \cdot g_M^2$$

$$\overline{I_N^2} = \overline{I_{TNGS}^2} + \frac{(j \cdot \omega \cdot C_{GS})^2 \cdot \overline{I_{TNDS}^2}}{g_M^2}$$

Beispiel: MOS-Transistor

Übergang zu rauschfreien Zweitor:



$$F = \frac{\text{gesamte Ausgangsrauschleistung}}{\text{Ausgangsrauschleistung verursacht durch Eingangsrauschleistung}}$$



$$F = \frac{\overline{I_S^2} + \overline{|I_N + Y_S \cdot V_N|^2}}{\overline{I_S^2}} \cdot \frac{A_P}{A_P}$$

Korrelation

Vorschau:

$$F = \frac{\text{gesamte Ausgangsrauschleistung}}{\text{Ausgangsrauschleistung}}$$

verursacht durch Eingangsrauschleistung

- Anwendung auf Zweitore:
rauschfreies Zweitor mit „equivalent input noise sources“
Beispiel: MOS-Transistor

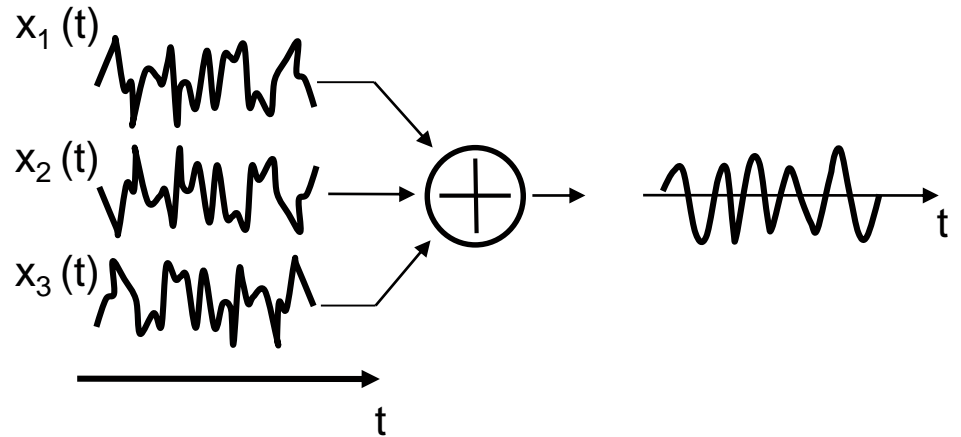


Korrelation, Beschreibung in Zeit- und Frequenzbereich

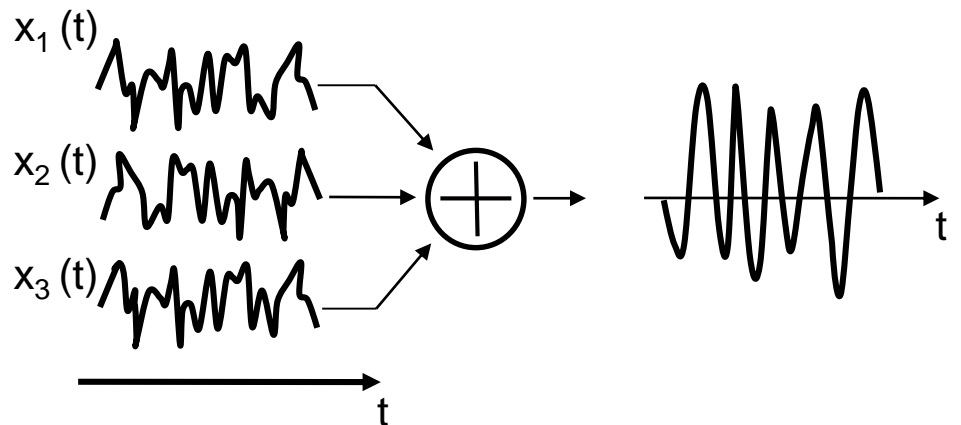
Korrelation

Korrelation zwischen zwei Rauschquellen

unkorrelierte Rauschquellen



teilweise korrelierte Rauschquellen



Korrelation

Korrelation zwischen zwei Rauschquellen

Beschreibung im Zeitbereich „Kreuzkorrelationsfunktion ζ “ die eine Zeitfunktion wird mit der anderen Zeitfunktion, die um eine variable Zeitspanne τ verschoben wird, multipliziert und der Mittelwert gebildet (Faltung)

$$\zeta_{12}(\tau) = \overline{U_1(t) \cdot U_2(t + \tau)}$$

$$\zeta_{12}(\tau) = \overline{I_1(t) \cdot I_2(t + \tau)}$$

Werte:

$\zeta_{12}(\tau) = 0$ für alle τ : Vorgänge unkorreliert

$\zeta_{12}(\tau) = 1$ für alle τ : Vorgänge vollständig korreliert

$0 < \zeta_{12}(\tau) < 1$ für alle τ : Vorgänge teilweise korreliert

Korrelation

Korrelation zwischen zwei Rauschquellen

Beschreibung im Frequenzbereich „Kreuzkorrelationsspektrum c “
Spektralfunktion der „Kreuzkorrelationsfunktion ζ “

$$c_{12}(f) = \frac{\overline{U_1 \cdot U_2^*}}{\sqrt{\overline{U_1^2} \cdot \overline{U_2^2}}}$$

$$c_{12}(f) = \frac{\overline{I_1 \cdot I_2^*}}{\sqrt{\overline{I_1^2} \cdot \overline{I_2^2}}}$$

Werte:

$c_{12}(f) = 0$ für alle f : Vorgänge unkorreliert

$c_{12}(f) = 1$ für alle f : Vorgänge vollständig korreliert

$0 < c_{12}(f) < 1$ für alle f : Vorgänge teilweise korreliert

Beispiel:

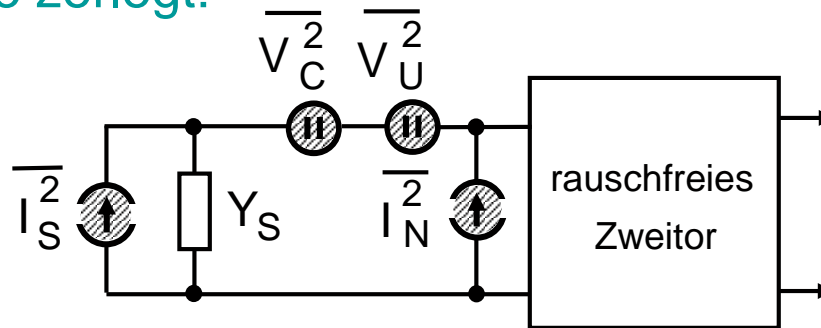
thermisches Gate- und Drainrauschen bei MOS-Transistor

teilweise korreliert aufgrund gemeinsamer Ursache (Brownsche Bewegung)

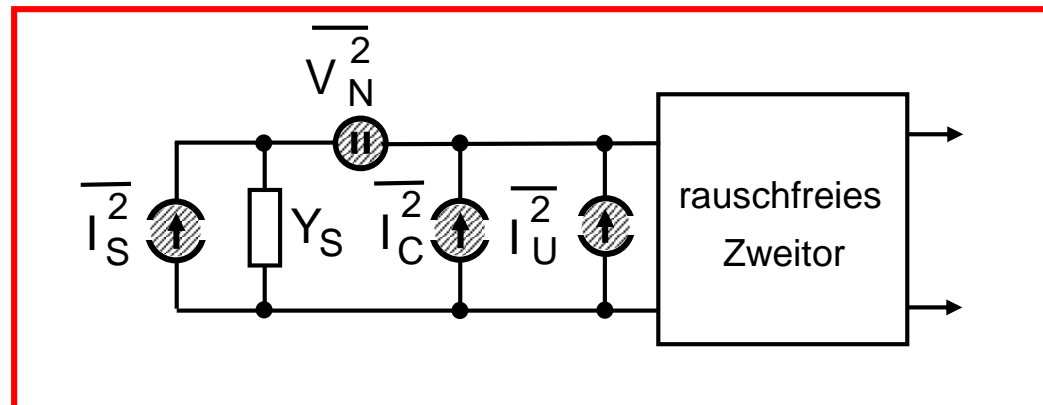
Korrelation in Zweitor-Rauschtheorie

Korrelation zwischen Rauschspannung- und Rauschstromquellen:
Zerlegung einer Rauschquelle in einen korrelierten und einen unkorrelierten Anteil:

-Spannungsquelle zerlegt:



-Stromquelle zerlegt:

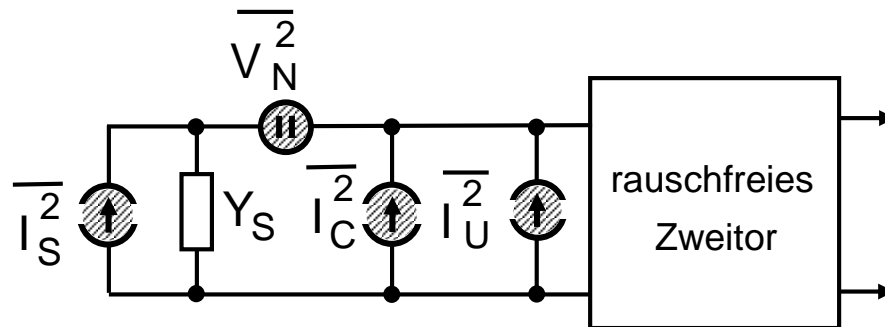


Korrelation in Zweitor-Rauschtheorie

Korrelation zwischen Rauschspannung- und Rauschstromquellen:

Zerlegung der Rauschstromquelle in einen korrelierten und einen unkorrelierten Anteil:

$$\overline{I_N^2} = \overline{I_C^2} + \overline{I_U^2}$$



$$F = \frac{\overline{I_S^2} + |\overline{I_C + I_U + Y_S \cdot V_N}|^2}{\overline{I_S^2}}$$

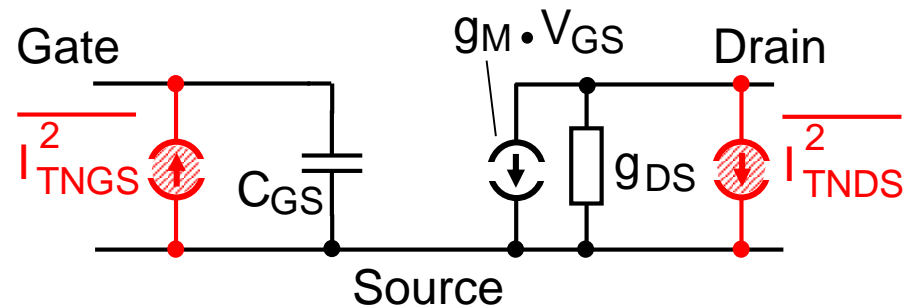
Beispiel: MOS-Transistor

Korrelation zwischen Rauschspannung- und Rauschstromquellen:

Beispiel:

- thermisches Gate- und Drainrauschen bei MOS-Transistor teilweise korreliert !!

- Korrelationskoeffizient c



$$c_{12}(f) \equiv c = \frac{\overline{I_{TNGS} \cdot I_{TNDS}^*}}{\sqrt{\overline{I_{TNGS}^2} \cdot \overline{I_{TNDS}^2}}} \approx -j \cdot 0,395$$

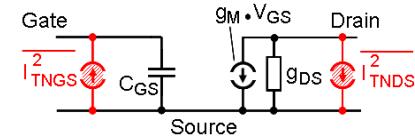
ergibt

$$\overline{I_{TNGS}^2} = \underbrace{4 \cdot k \cdot T \cdot \delta \cdot g_g \cdot |c|^2 \cdot \Delta f}_{\text{korreliert mit } \overline{I_{TNDS}^2}} + \underbrace{4 \cdot k \cdot T \cdot \delta \cdot g_g \cdot (1 - |c|^2) \cdot \Delta f}_{\text{unkorreliert mit } \overline{I_{TNDS}^2}}$$

Beispiel: MOS-Transistor

Korrelation zwischen Rauschspannung- und Rauschstromquellen:

$$\overline{I_{TNGS}^2} = \underbrace{4 \cdot k \cdot T \cdot \delta \cdot g_g \cdot |c|^2 \cdot \Delta f}_{\text{korreliert mit } \overline{I_{TND S}^2}} + \underbrace{4 \cdot k \cdot T \cdot \delta \cdot g_g \cdot (1 - |c|^2) \cdot \Delta f}_{\text{unkorreliert mit } \overline{I_{TND S}^2}}$$

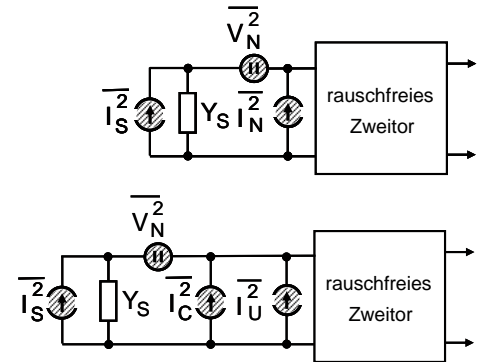


eingesetzt in

$$\overline{I_N^2} = \overline{I_{TNGS}^2} + \frac{(j \cdot \omega \cdot C_{GS})^2 \cdot \overline{I_{TND S}^2}}{g_M^2}$$

ergibt

$$\overline{I_N^2} = \underbrace{4 \cdot k \cdot T \cdot \delta \cdot g_g \cdot |c|^2 \cdot \Delta f + \frac{(j \cdot \omega \cdot C_{GS})^2 \cdot \overline{I_{TND S}^2}}{g_M^2}}_{\text{korreliert}} + \underbrace{4 \cdot k \cdot T \cdot \delta \cdot g_g \cdot (1 - |c|^2) \cdot \Delta f}_{\text{unkorreliert}}$$

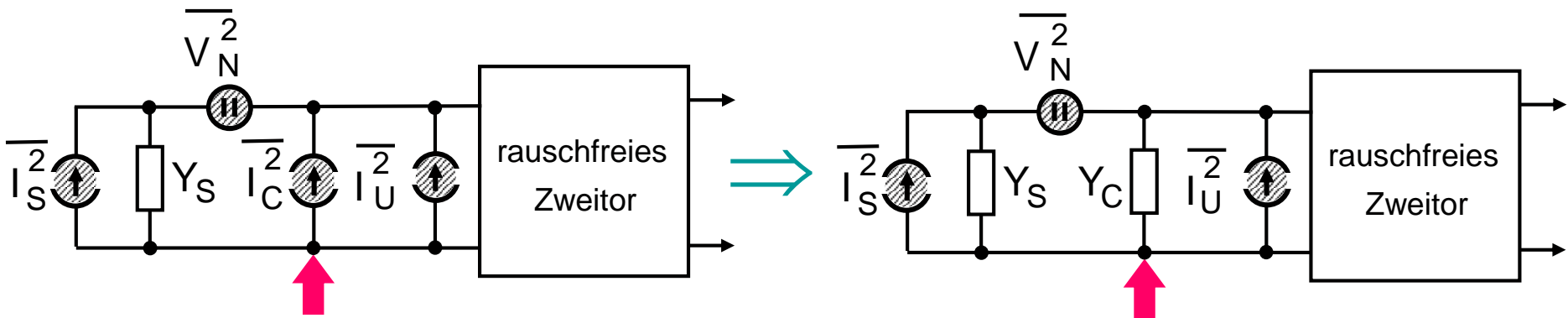


$$\overline{I_N^2} = \overline{I_C^2} + \overline{I_U^2}$$

Korrelationsleitwert

Einführung eines „fiktiven“ Korrelationsleitwertes Y_C : $Y_C = \frac{\overline{I_C}}{\overline{V_N}}$
 (also Y_C reine Rechengröße !)

$$F = \frac{\overline{I_S^2} + \overline{|I_U + (Y_S + Y_C) \cdot V_N|^2}}{\overline{I_S^2}} = 1 + \frac{\overline{I_U^2} + \overline{|Y_S + Y_C| \cdot V_N^2}}{\overline{I_S^2}}$$



Korrelationsleitwert

Beschreibung der teilweisen Korrelation des thermisches Gate- und Drainrauschen bei MOS-Transistor durch einen Korrelationsleitwert Y_C :
aus

$$\overline{I_C^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot \delta \cdot g_g \cdot |c|^2 \cdot \Delta f + \frac{(j \cdot \omega \cdot C_{GS})^2 \cdot \overline{I_{TNDS}^2}}{g_M^2} \quad \text{und} \quad \overline{V_N^2} = \frac{\overline{I_{TNDS}^2}}{g_M^2}$$

ergibt sich mit :

$$Y_C = \frac{\overline{I_C}}{\overline{V_N}}$$

$$Y_C = G_C + j \cdot B_C$$

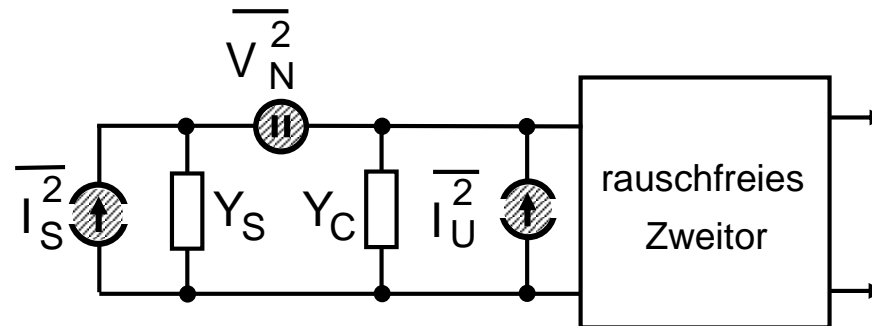
$$G_C = 0 \quad \text{und} \quad B_C = \omega \cdot C_{GS} \cdot \left(1 - \alpha \cdot |c| \cdot \sqrt{\frac{\delta}{5 \cdot \gamma}} \right)$$

mit $g_g = \frac{\omega^2 \cdot C_{GS}^2}{5 \cdot g_{DS,0V}}$ $\alpha = \frac{g_M}{g_{DS,0V}}$ γ, δ Paßfaktor
Drain/Gaterausstrom

Zweitor-Rauschtheorie

jetziger Stand:

$$F = \frac{\overline{I_S^2} + \overline{|I_U + (Y_S + Y_C) \cdot V_N|^2}}{\overline{I_S^2}} = 1 + \frac{\overline{I_U^2} + \overline{|Y_S + Y_C| \cdot V_N^2}}{\overline{I_S^2}}$$



Zweitor-Rauschtheorie

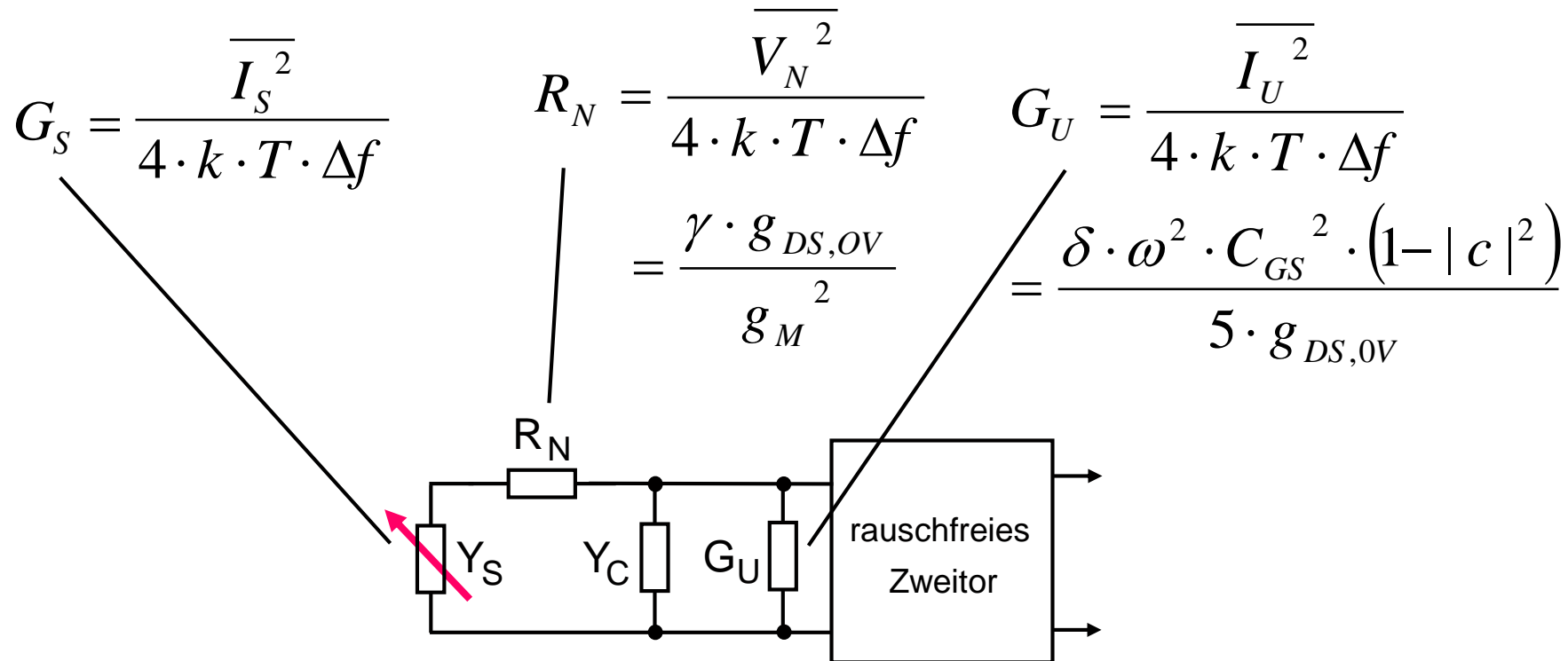
Vorschau:

$$F = \frac{\text{gesamte Ausgangsrauschleistung}}{\text{Ausgangsrauschleistung}} \\ \text{verursacht durch Eingangsrauschleistung}$$

- Anwendung auf Zweitore:
rauschfreies Zweitor mit „equivalent input noise sources“
Beispiel: MOS-Transistor
- Korrelation, Beschreibung in Zeit- und Frequenzbereich
- Rechenrick: formale Umwandlung der Rauschquellen in Wirk-Widerstände/Leitwerte
- F als Funktion dieser Wirk-Widerstände/-Leitwerte
- F minimieren \Rightarrow Rauschanpassung $Y_{\text{opt}} = G_{\text{opt}} + jB_{\text{opt}}$

Umwandlung

Umwandlung in äquivalente Wirkwiderstände/ Wirkleitwerte nach den Formeln für thermisches Rauschen



Rauschfaktor

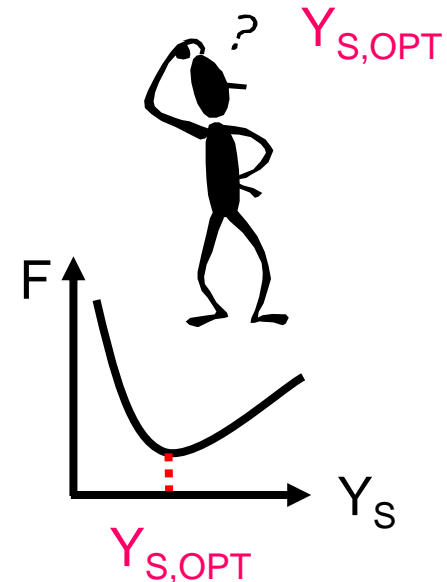
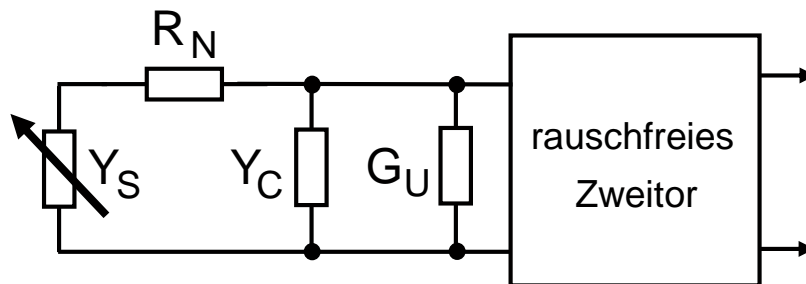
Berechnung des Rauschfaktor F als f(Wirkwiderstände/ -leitwerte):

$$F = 1 + \frac{G_U + |Y_S + Y_C|^2 \cdot R_N}{G_S}$$

mit $Y_S = G_S + j \cdot B_S$

und $Y_C = G_C + j \cdot B_C$:

$$F = 1 + \frac{G_U + [(G_S + G_C)^2 + (B_S + B_C)^2] \cdot R_N}{G_S}$$



Minimierung des Rauschfaktors

Minimierung des Rauschfaktors F

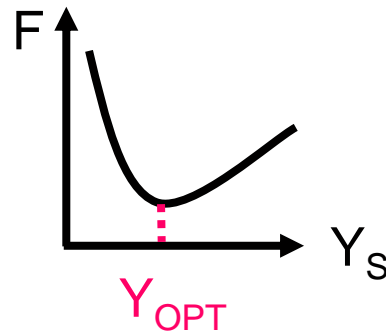
(bei festen Rauscheigenschaften des Zweitor und Y_s variabel)

$$\frac{\partial F}{\partial Y_s} = 0 \Rightarrow$$

$$G_s = \sqrt{\frac{G_U}{R_N} + G_C^2} = G_{OPT}$$

und

$$B_s = -B_c = B_{OPT}$$




Achtung: Rauschanpassung \neq Leistungsanpassung (meistens) !!!

Zweitor-Rauschtheorie

Vorschau:

$$F = \frac{\text{gesamte Ausgangsrauschleistung}}{\text{Ausgangsrauschleistung}}$$

verursacht durch Eingangsrauschleistung

- Anwendung auf Zweitore:
rauschfreies Zweitor mit „equivalent input noise sources“
Beispiel: MOS-Transistor
 - Korrelation, Beschreibung in Zeit- und Frequenzbereich
 - Rechenrick: formale Umwandlung der Rauschquellen in Wirk-Widerstände/Leitwerte
 - F als Funktion dieser Wirk-Widerstände/-Leitwerte
 - F minimieren \Rightarrow Rauschanpassung $Y_{\text{opt}} = G_{\text{opt}} + jB_{\text{opt}}$
-  Rück-Ersetzen der Wirk-Widerstände/Leitwerte durch Rauschquellen

optimaler Quell-Leitwert

Beispiel: Rauschanpassung bei MOS-Transistor

$$G_{OPT} = \sqrt{\frac{G_U}{R_N} + G_C^2} = \alpha \cdot \omega \cdot C_{GS} \cdot \sqrt{\frac{\delta \cdot (1 - |c|^2)}{5 \cdot \gamma}}$$

$$R_N = \frac{\gamma \cdot g_{DS,OV}}{g_M^2}$$

$$G_U = \frac{\delta \cdot \omega^2 \cdot C_{GS}^2 \cdot (1 - |c|^2)}{5 \cdot g_{DS,OV}}$$

$$G_C = 0$$

$$\alpha = \frac{g_M}{g_{DS,OV}}$$

und

$$B_{OPT} = -B_C = - \left[\omega \cdot C_{GS} \cdot \left(1 - \alpha \cdot |c| \cdot \sqrt{\frac{\delta}{5 \cdot \gamma}} \right) \right]$$

$$B_C = \omega \cdot C_{GS} \cdot \left(1 - \alpha \cdot |c| \cdot \sqrt{\frac{\delta}{5 \cdot \gamma}} \right)$$

minimaler Rauschfaktor

damit minimaler Rauschfaktor F_{\min} bei $Y_{\text{opt}} = G_{\text{opt}} + jB_{\text{opt}}$

$$F_{\text{MIN}} = 1 + 2 \cdot R_N \cdot [G_{\text{OPT}} + G_C] = 1 + 2 \cdot R_N \cdot \left[\sqrt{\frac{G_U}{R_N} + G_C^2} + G_C \right]$$

Beispiel: Rauschanpassung bei MOS-Transistor

$$F_{\text{MIN}} \approx 1 + 2 \cdot \frac{\omega \cdot C_{\text{GS}}}{g_M} \cdot \sqrt{\frac{\gamma \cdot \delta \cdot (1 - |c|^2)}{5}} \approx 1 + 2 \cdot \frac{\omega}{\omega_T} \cdot \sqrt{\frac{\gamma \cdot \delta \cdot (1 - |c|^2)}{5}}$$

Bemerkung:

- kein Gaterauschen ($\delta \Rightarrow 0$) $\Rightarrow F_{\min} = 1 \Rightarrow$ kein Beitrag des Zweitores \Rightarrow „Beweis“ des Gaterauschens!
- inverse Abhängigkeit von $\omega_T \Rightarrow$ weniger Rauschen bei Technologieverbesserung!

Zweitor-Rauschtheorie

Zusammenfassung:

$$F = \frac{\text{gesamte Ausgangsrauschleistung}}{\text{Ausgangsrauschleistung}}$$

verursacht durch Eingangsrauschleistung

- Anwendung auf Zweitore
- Korrelation, Beschreibung in Zeit- und Frequenzbereich
- Rechenrick: formale Umwandlung der Rauschquellen in Wirk-Widerstände/Leitwerte
- F als Funktion dieser Wirk-Widerstände/-Leitwerte
- F minimieren \Rightarrow Rauschanpassung $Y_{\text{opt}} = G_{\text{opt}} + jB_{\text{opt}}$
- $Y_{\text{opt}} = G_{\text{opt}} + jB_{\text{opt}} \Rightarrow F_{\text{min}}$
- Rück-Ersetzen der Wirk-Widerstände/Leitwerte durch Rauschquellen
- Beispiel: MOS-Transistor

Achtung: Rauschanpassung \neq Leistungsanpassung !!!

Zweiter-Rauschtheorie

Weitere Rauschgrößen:

-Rauschzahl („Noise Figure“) NF: $NF = 10 \cdot \log(F)$ Angabe in dB !
(wird meist veröffentlicht)

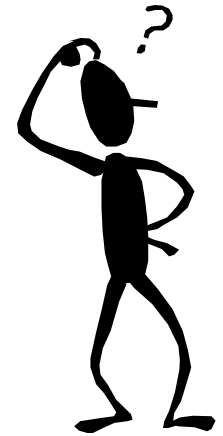
-Rauschtemperatur TN: $TN = T_{REF} \cdot (F - 1)$ mit $T_{REF} = 290 \text{ K}$
(vorteilhaft bei kaskadierten Verstärkern)

- Vergleich:

F	NF in dB	TN in Kelvin
1,000	0,0	0,0
1,122	0,5	35,4
1,259	1,0	75,1
1,413	1,5	120
1,585	2,0	170
1,995	3,0	289

Messung

Messung der Rauschgrößen
für hohe Frequenzen sehr schwierig:

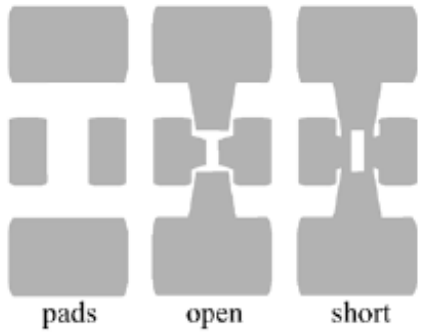
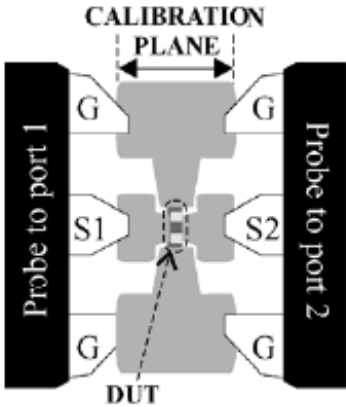


-sehr teure Rauschmeßgeräte für hohe Frequenzen

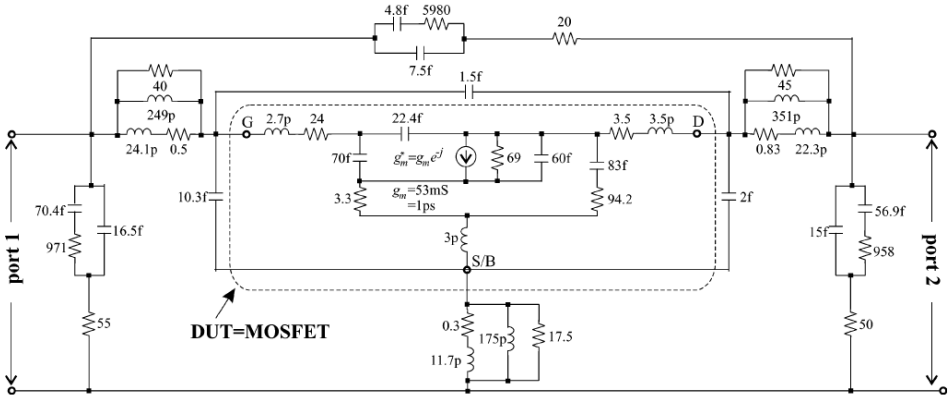
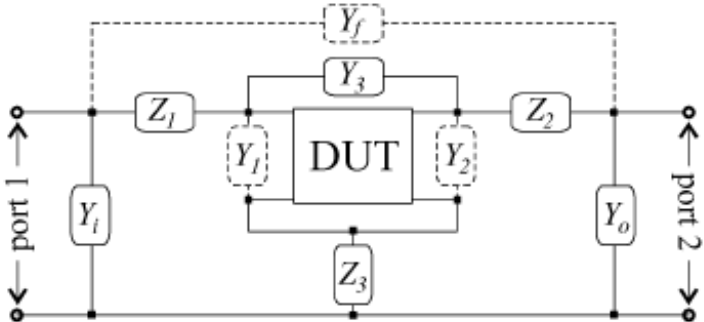
-Methoden zum „De-embedding“ (Zerlegung des Gesamtrauschmeßwertes in einen DUT-Anteil und einen „Meßgeräte“-Anteil)
schwierig (Hauptproblem)

Messung

-Methoden zum „De-embedding“ (Zerlegung des Gesamtmeßwertes in einen DUT-Anteil und einen „Meßgeräte“-Anteil) schwierig (Hauptproblem)



De-embedding Strukturen



Literaturhinweise

- Bücher:
 - R. Müller, „Rauschen“, Springer-Verlag, 1990, ISBN 3-540-51145-8
 - F. Landsdorfer/H. Graf, „Rauschprobleme der Nachrichtentechnik“, Oldenbourg-Verlag, 1981, ISBN 3-486-24681-X
 - T.H.Lee, „The design of CMOS Radio-Frequency Integrated Circuits“, Cambridge University Press, 2004, ISBN 0-521-835399
 - B.Razavi, „Design of Analog CMOS Integrated Circuits“, McGraw-Hill, 2001, ISBN 0-07-238032-2
 - Z.Y. Chang, W.M.C.Sansen, „Low-Noise Wide-Band Amplifiers in Bipolar and CMOS Technologies“, Kluwer, 1991,ISBN 0-7923-9096-2

Literaturhinweise

- Veröffentlichungen:
 - D.K. Shaeffer, T.H.Lee, „A 1.5-V, 1.5 GHz CMOS Low Noise Amplifier“, JSSC, 1997, S. 745-759
 - Ch. Jungemann et al., „Numerical modeling of RF noise in scaled MOS devices“, Solid-State Electronic Vol. 50, 2006, S. 10-17
 - R. Torres-Torres et al., „Analytical Model and Parameter Extraction to Account for the Pad Parasitics in RF-CMOS“, Trans. Electron Devices Vol. 52, Juli 2005, S. 1335-1342
 - R. Navid et al. High-frequency noise in nanoscale metal oxid semiconductor field effect transistors, Journal of Applied Physics, 101, 124501